STRATEGI PEMECAHAN MASALAH DALAM MATEMATIKA

Karsoni Berta Dinata[1]
[1]Program Studi Pendidikan Matematika, STKIP Muhammadiyah Kotabumi
email: karsoni.bertadinata@yahoo.com

Abstract

The main purpose of studying mathematics is to find ways to solve problems or mathematics problems. What is meant by problems or mathematics problems is a thing that final result, or how to solve it is not known. In solving mathematical problems there are several strategies that can be used that are: direct proof, indirect proof, verification with contradiction, proof with examples of denying, reverse working strategy, pattern discovery, and the use of bird house principles.

Keywords: Proofing, contradiction, pattern discovery, and bird house principles

A. PENDAHULUAN

Masalah (*Problem*) merupakan bagian dari kehidupan manusia baik bersumber dari dalam diri maupun lingkungan sekitar. Hampir setiap hari manusia berhadapan dengan suatu masalah yang perlu dicari jalan keluarnya. Adanya pemasalahan tersebut secara tidak langsung menjadikan pemecahan masalah sebagai aktivitas dasar manusia untuk dapat bertahan hidup. Oleh karena itu, setiap orang diharapkan mampu berperan sebagai pemecah masalah yang handal untuk dapat mempertahankan hidupnya.

Seseorang pemecah masalah terampil tidak dapat terlepas dari kemampuan berpikir sistematis, logis, dan kritis serta kegigihan dalam memecahkan masalah yang dihadapinya. Kemampuan serta kegigihan tersebut tidak serta merta dimiliki seseorang, melainkan dapat dipelajari dan dilatih salah satunya melalui matematika.

Dalam pembelajaran matematika, pemecahan masalah merupakan salah satu kompetensi atau kemampuan yang harus dipelajari dan dikuasai. De Lange dalam Shadiq (2014:8) menyatakan ada delapan kompetensi yang harus dikuasai selama proses pembelajaran matematika yaitu: 1) berpikir dan bernalar matematis, 2) berargumentasi matematis, 3) berkomunikasi matematis, 4) pemodelan matematika, 5) pemecahan masalah, 6) representasi, 7) symbol, dan 8) alat dan teknologi.

Pembelajaran matematika yang hanya berorientasi pada penyampaian materi secara langsung hanya meningkatkan kemampuan mengingat saja, tetapi akan kurang meningkatkan kemampuan bernalar. Oleh karena itu pembelajaran matematika hendaknya lebih menekankan pada peningkatan kemampuan berpikir matematis. Salah satu cara yang dapat dilakukan adalah dengan menghadapkan

[1]Tenaga Pengajar pada Program Studi Pendidikan Matematika STKIP Muhammadiyah Kotabumi

pada soal atau masalah yang cukup menantang dan menarik, kemudian berdiskusi untuk menyelesaikan masalah tersebut bersama-sama.

Dalam menyelesaikan masalah matematika ada beberapa strategi yang dapat digunakan. Dalam artikel ini hanya akan dipaparkan secara singkat beberapa strategi yang biasa digunakan untuk menyelesaikan permasalahan matematika beserta contoh dan penyelesaianya.

B. PEMBAHASAN

1. Masalah Matematika

Berbicara masalah matematika, Lencher dalam Wardhani (2010:7) mendeskripsikan sebagai soal matematika yang strategi penyelesaiaanya tidak langsung terlihat, sehingga dalam penyelesaiannya memerlukan pengetahuan, keterampilan, dan pemahaman yang telah dipelajari sebelumnya.

Lebih lanjut Polya dalam Saraswati, dkk (2013:2) mengemukakan dua macam masalah matematika yaitu:

a) Masalah untuk menemukan (*problem to find*). Masalah ini diartikan sebagai masalah yang harus dipecahkan dengan mencoba untuk mengkontruksi semua jenis objek atau informasi yang dapat digunakan.
b) Masalah untuk membuktikan (*problem to prove*). Masalah ini diartikan sebagai masalah yang harus ditunjukkan kebenaranya. Masalah ini mengutamakan hipotesis atau konklusi dari suatu teorema yang kebenarannya harus dibuktikan.

2. Pemecahan Masalah Matematika

Pemecahan masalah merupakan bagian dari kurikulum matematika yang sangat penting. Hal ini dikarenakan siswa akan memeroleh pengalaman dalam menggunakan pengetahuan serta keterampilan yang dimiliki untuk menyelesaikan soal yang tidak rutin. Sependapat dengan pernyataan tersebut, Lencher dalam Wardhani, dkk (2010:15) mendefinisikan pemecahan masalah sebagai proses menerapkan pengetahuan matemtika yang telah dipeoleh sebelumnya ke dalam situasi yang baru.

Pembicaraan mengenai pemecahan masalah matematika tidak dapat terlepas dari tokoh utamanya, yakni George Polya. Menurut Polya dalam Budhi (2003:2) ada 4 langkah yang perlu dilakukan dalam menyelesaikan masalah matematika.

a. Memahami soal yang ada

Dalam memahami soal ada baiknya dimunculkan pertanyaan diantaranya sebagai berikut:

1) Apakah kita mengetahui arti semua kata yang digunakan? Kalau tidak, carilah di kamus dan lainnya.
2) Apakah kita mengetahui yang dicari atau ditanya?

3) Apakah kita mampu menyajikan soal dengan menggunakan kata-kata sendiri?
4) Apakah soal dapat disajikan dengan cara lain?
5) Apakah kita dapat menggambar sesuatu yang dapat digunakan sebagai bantuan?
6) Apakah informasi cukup untuk dapat menyelesaikan soal?
7) Apakah informasi berlebihan?
8) Apakah ada yang perlu dicari sebelum mencari jawaban dari soal?

b. Menyusun Strategi

Ada beberapa kiat yang dapat dilakukan dalam menyusun strategi yaitu:

1) Kita akan membahas berbagai strategi yang ada, tetapi jangan ragu-ragu untuk mencoba salah satu dari strategi untuk digunakan dalam menyelesaikan soal yang kita hadapi.
2) Pada umumnya, strategi yang berhasil diketemukan setelah beberapa kali mencoba strategi yang gagal. Kegagalan adalah langkah kecil untuk mencapai tujuan yang kita inginkan.

c. Melakukan Strategi yang dipilih

Langkah ini lebih mudah dibandingkan menyusun strategi. Disini hanya diperlukan kesabaran dan kehati-hatian dalam menjalankan.

d. Melihat kembali pekerjaan yang telh dilakukan.

3. Karakteristik yang Baik dalam Melakukan Pemecahan Masalah

Di Amerika Serikat, penyelidikan tentang pemecahan masalah telah dilakukan beberapa puluh tahun yang lalu. Menurut Dodson dan Holander dalam Budhi (2003:3) karakteristik yang harus ditumbuhkan dalam pemecahan masalah matematika, yaitu sebagai berikut:

a. kemampuan mengerti konsep dan istilah matematika;
b. kemampuan untuk mencatat kesamaan, perbedaan, dan analogi;
c. kemampuan untuk mengidentifikasi elemen terpenting dan memilih prosedur yang benar;
d. kemampuan untuk mengetahui hal yang tidak berkaitan;
e. kemampuan untuk menaksir dan menganalisa;
f. Kemampuan untuk memvisualisasi dan menginterpretasi kuantitas atau ruang;
g. Kemampuan penalaran induktif;
h. Kemampuan mengganti metode yang diketahui;
i. Mempunyai kepercayaan diriyang cukup dan merasa senag terhadap materinya.

4. Strategi Pemecahan Masalah Matematika

Strategi pemecahan masalah matematika merupakan cara berpikir yang dapat digunakan ketika hendak menyelesaikan suatu masalah. Pemecahan suatu masalah matematika dapat ditempuh dengan berbagai macam metode maupun strategi, akan tetapi yang menjadi persoalan adalah bagaimana menentukan strategi yang terbaik dan terefisien. Hal ini terkait dengan masalah yang dihadapi terlihat lebih sederhana sehingga mudah untuk dipecahkan.

Berikut akan dipaparkan beberapa strategi pemecahan masalah matematika beserta contoh masalah dan penyelesaian.

a. Metode Pembuktian Langsung

Dalam membuktikan pernyataan $p \rightarrow q$ menggunakan metode pembuktian langsung dilakukan dengan cara sebagai berikut: Asumsikan bahwa p bernilai benar, kemudian dengan menggunakan pernyataan jika-maka yang lain, dapat diperlihatkan bahwa q juga benar. Oleh karena itu pernyataan $p \rightarrow q$ bernilai benar. Secara abstrak, penjelasan tersebut dikenal sebagai *silogisme*:

$$\begin{array}{c} p \rightarrow r \\ \underline{r \rightarrow q} \\ \therefore p \ \rightarrow q \end{array}$$

Contoh:

Buktikan jika n bilangan bulat ganjil, maka n^2 juga bilangan bulat ganjil !

Penyelesaian:

Karena n bilangan bulat ganjil dapat dituliskan $n = 2k + 1$, dengan k bilangan bulat. Sehingga

$$n^2 = (2k+1)^2 = 4k^2 + 4k + 1 = 2(2k^2 + 2) + 1$$

Hasil ini dapat diinterpretasikan bahwa n^2 merupakan jumlah bilangan genap ditambah 1, sehingga n^2 merupakan bilangan ganjil.

b. Pembuktian Tak Langsung atau Kontrapositif

Dalam logika implikasi, pernyataan $p \rightarrow q$ ekuivalen dengan pernyataan $\sim q \rightarrow \sim p$. Oleh karena itu dengan membuktikan *secara langsung* bahwa $\sim q$ bernilai benar, maka $\sim p$ juga benar. Sehingga telah dibuktikan $\sim q \rightarrow \sim p$ dan sekaligus $p \rightarrow q$ bernilai benar.

Contoh:

Buktikan jika n^2 bilangan genap, maka *n* bilangan genap!

Penyelesaian:

Untuk membuktikan kebenaran pernyataan tersebut dapat menggunakan metode pembuktian tak langsung, artinya perlu pengubahan pernyataan dalam bentuk ekuivalennya yaitu:

Jika n ganjil (tidak genap) maka n^2 ganjil.

Pernyataan ini sudah dibuktikan sebelumnya. Sehingga terbukti benar bahwa jika n^2 bilangan genap, maka n bilangan genap.

c. Metode Pembuktian dengan Kontradiksi

Untuk membuktikan pernyataan $p \rightarrow q$ ber nilai benar dengan kontradiksi adalalah dengan cara anggap p benar. Kemudian kita anggap $p \to q$salah, sehingga q harus bernilai salah atau $\sim q$ benar. Misalkan kita menemukan pernyataan r sehingga di-peroleh pernyataan 1) yaitu $p\wedge(\sim q) \to r\wedge(\sim r)$ bernilai benar. Perhatikan bahwa $r\wedge(\sim r)$ akan selalu salah, sehingga agar pernyataan 1) bernilai benar maka per-nyataan $p\wedge(\sim q)$ harus bernilai salah atau $\sim(p\wedge(\sim q))$ yang ekuivalen dengan $p \to q$ bernilai benar.

Contoh. Buktikan ϕ ⊂ A

Penyelesaian: Misalkan $\phi \subset \not A$, pernyata-an ini dapat diartikan bahwa ada anggota himpunan himpunan kosong yang tidak menjadi anggota himpunan A. suatu ke-adaan yang tidak mungkin terjadi karena ϕ tidak mempunyai anggota. Dengan keadaan yang kontradiksi ini, dapat disimpulkan bahwa pemisalan tadi yaitu $\phi \subset \not A$ bernilai salah. Yang benar adalah ϕ ⊂ A.

d. Metode Pembuktian dengan Contoh Penyangkal

Metode ini digunakan dengan memilih salah satu contoh sehingga suatu pernyata-an menjadi salah.

Contoh: Buktikan untuk setiap bilangan asli $n \epsilon N, n^2 + n + 1$ merupa-kan bilangan prima!

Jawab:

Pada soal ini, kita cukup membuktikan bahwa pernyataan itu salah. Sehingga cukup diperlihatkan bahwa ada bilangan asli sehingga $n^2 + n + 1$ bukan bilangan prima. Dengan mengambil n= 4 diperoleh hasil 21 yang merupakan bukan bilangan prima.

e. Strategi Bekerja Mundur

Permasalahan yang menggunakan strategi ini terjadi jika hasil akhir diketahui dalam soal dan diminta untuk menyatakan kejadian asli.

Contoh:

Rata-rata 11 nilai ulangan harian matematika Jery adalah 80. Gurunya mengumumkan bahwa siswa harus meng-eliminasi salah satu nilai mereka lalu menghitung rata-ratanya. Jery meng-eliminasi nilai 30 yang dia dapatkan pada ulangan yang pertama. Berapakah rata-rata nilai ulangan Jery yang baru? (Posamentier & Krulik, 1998)

Jawab:

Rata-rata 11 nilai ulangan Jery adalah 80, jadi jumlah nilai ulanganya adalah:

11 x 80 = 880

880 – 30 = 850

850 : 10 = 85

Jadi, rata-rata nilai Jery yang baru adalah 85.

f. Strategi Penemuan Pola

Penemuan pola adalah salah satu strategi dalam problem solving dimana kita dapat mengamati informasi yang diberikan seperti gambar, angka, huruf, dll. Dengan mengamati pola kita dapat memecahkan masalah yang diberikan dengan menentukan apa yang terjadi pada elemen selanjutnya.

Contoh. Tentukan digit terakhir 8^{19}? (Posamentier & Krulik, 1998)

Jawab:

Banyak orang akan menyelesaikan masalah tersebut dengan menggunakan kalkulator, tetapi kalkulator tidak dapat memberikan hasil karena terbatasnya ruang tampil digit. Sehingga perlu metode lain dengan menggunakan pola per-pangkatan yaitu

$$
\begin{gathered}
8^1 = 8 \\
8^2 = 64 \\
8^3 = 512 \\
8^4 = 4096 \\
8^5 = 32768 \\
8^6 = 262144 \\
8^7 = 2097152 \\
8^8 = 16777216
\end{gathered}
$$

Perhatikan pola yang terjadi, digit terakhir berulang melingkar empat kali. Pangkat yang dicari adalah pangkat 19, jika dibagi 4 maka akan ber-sisa 3 sehingga digit terakhir dari 8^{19} adalah 2.

g. Menggunakan Prinsip Rumah Burung

Prinsip rumah burung dinyatakan sebagai berikut: Jika diketahui tersedia rumah burung sebanyak n dan ada n+1 burung, maka salah satu dari rumah burung tersebut terdiri dari lebih dari satu burung.

Contoh: Seorang tukang listrik harus mengambil sekering listrik yang terdiri dari skering 15 A dan 20 A tanpa dapat memilih. Dalam satu kali ambil, ia menginginkan ada dua sekering yang mempunyai ukuran yang sama besar. Tentukan jumlah minimal sekering yang harus ia ambil?

Jawab

Jika ia hanya mengambil 1 sekering jelas hanya satu dapat diperoleh, yaitu sekering 15 A atau 20 A. Jika ia mengambil 2 sekering maka kemungkinannya;

1. Dua buah sekering 15 A dan tidak ada yang berukuran 20 A.
2. Satu buah sekering 15 A dan satu buah sekering 20 A.
3. Tidak ada sekering 15 A dan dua buah sekering 20 A.

Oleh karena itu agar diperoleh dua buah sekering yang berukuran sama, tukang listrik tersebut harus mengambil 3 buah sekering secara acak. Sesuai dengan prinsip rumah burung, jika ada 3 burung (dalam hal ini banyak sekering dalam sekali pengambilan) dan 2 rumah burung (dalam hal ini jenis sekering), maka terdapat sekering yang sama.

C. PENUTUP

Dalam memecahkan permasalahan matematika ada banyak srategi yang dapat digunakan diantaranya adalah, 1) pem-buktian langsung, 2) pembuktian tak langsung, 3) pembuktian dengan kontradiksi, 4) pembuktian dengan contoh penyangkal, 5) strategi bekerja mundur, 6) penemuan pola, dan 7) penggunaan prinsip rumah burung. Tentu saja dalam penggunaan strategi tersebut, pemecah masalah harus cerdas dalam memahami masalah matematika dan memilih strategi yang tepat.

DAFTAR PUSTAKA

Budhi, Wono Setya. 2003. *Langkah Awal Menuju ke Olimpiade Matematika*. Jakarta: Rizki Grafis

Shadiq, Fadjar. 2014. *Pembelajaran Matematika: Cara Meningkatkan Kemampuan Berpikir Siswa*. Yogyakarta: Graha Ilmu.

Saraswati, Sari, dkk. 2014. *Matematika: Strategi Pemecahan Masalah*. Yogyakarta: Graha Ilmu

Wardhani, dkk. 2010. *Pembelajaran Kemampuan Pemecahan Masalah Matematika di SMP*. Yogyakarta: PPPPTK Matematika.

Posementier & Krulik. 1998. *Problem-Solving Strategi For Efficient and Elegant Solutions; A Resource For the Mathematics Teacher*. Thousand Oaks: Corwin Press, inc